CHALMERS

EXAMINATION / TENTAMEN

Course code/kurskod	Course name/kursnamn			
ERE103	Reglerteknik			
Anonymous code Anonym kod		Examination date Tentamensdatum	Number of pages Antal blad	Grade Betyg
ERE103-25		2016-01-14	7	4

Solved task Behandlade uppgifter No/nr		Points per task Poäng på uppgiften	Observe: Areas with bold contour are to completed by the teacher. Anmärkning: Rutor inom bred kontur ifylles av lärare.
1	X	4	
2	X	2	
3	X	3	
4	X	1	
5	X	3	Tenta: 18
6	X	0	Bonus: 1
7	X	5	Totalt: 19
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
Total examination points Summa poäng		19	

[redacted]

Family name+First name (Blockletters) Efternamn+Förnamn+Initialer(textas)	Signature Namnteckning	Year of Admission Antagningsår	Programme acronym Program	Date of Birth Year Month Day Personnummer år mån dag	Identification no nummer
THORSELL ERIK					

CHALMERS | Anonymous code / Anonym kod: ERE103-25 | Points for question (to be filled in by teacher) / Poäng på uppgiften (ifylles av läraren): 4 | Consecutive page no. / Löpande sid nr: 1 | Question no. / Uppgift nr: 1

a)

$$G(s)=\frac{s-1}{s+1}\ ,\quad G_2(s)=e^{-2s}$$

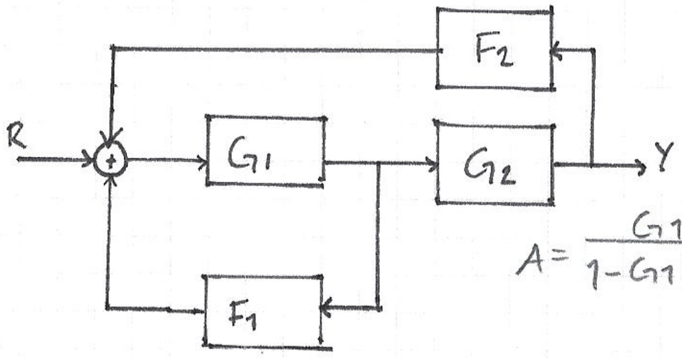
$$|G_1(j\omega)|=\left|\frac{j\omega-1}{j\omega+1}\right|=\frac{\sqrt{\omega^2+1}}{\sqrt{\omega^2+1}}=1$$

$$|G_2(j\omega)|=|e^{-2j\omega}|=1$$

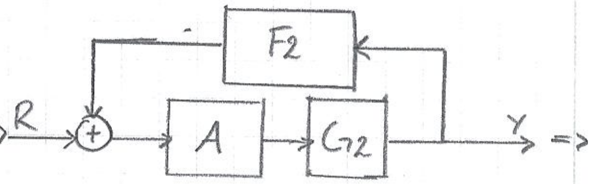
Systemen har samma amplitud.

1

b)



$\Rightarrow$



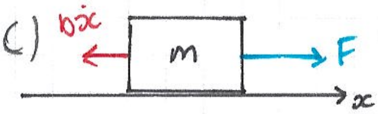
$\Rightarrow$

$$A=\frac{G_1}{1-G_1F_1}$$

$$G_{RY}=\frac{AG_2}{1-AF_2G_2}=\frac{\dfrac{G_1G_2}{1-G_1F_1}}{1-\dfrac{G_1G_2F_2}{1-G_1F_1}}=\frac{G_1G_2}{1-G_1F_1-G_1G_2F_2}$$

1

c)



$\Rightarrow F-b\dot{x}=m\ddot{x} \iff F(s)-bsX(s)=ms^2X(s)$

$$G_{F\dot{x}}(s)=\frac{sX(s)}{F(s)}=\frac{1}{ms+b}=\frac{1/m}{s+b/m}$$

$$m=b=1 \Rightarrow G_{F\dot{x}}(s)=\frac{1}{s+1} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1}\{G_{F\dot{x}}(s)\}=g(t)=e^{-t}$$

Ser man på figurerna beskriver figur 1 viktfunktionen $g(t)$.

2

Bra!

$Y(s) = U(s)G(s)$

a) $G(s) = \frac{Ke^{-sL}}{1+sT} = \frac{1,9}{1+4s}$

Diagrammet visar att $u(t)$ läggs på vid $t=0$, $y(t)$ svarar direkt alltså finns inget delay i systemet. $\underline{L=0}$

Maximala värdet på $y(t)$ är 1.9. 63% av $1.9 = 1.197 \approx 1.2$, $y(t)$ antar värdet 1,2 efter 4 s. $\underline{T=4}$

Eftersom $u(t)$ är ett steg med amplitud 1 ges K av $y(t)$'s slutliga värde, alternativt av $K = \frac{y(t)}{1+e^{-t/T}}$. $\underline{K=1,9}$

1

b) $u(t) = 10(y_r(t) - y(t))$. Bestäm $y(t)$ givet att $y_r(t) = \sigma(t)$.

$$U(s) = 10(Y_r(s) - Y(s))$$

$$Y(s) = (10Y_r(s) - 10Y(s))G(s)$$

$$Y(s) + 10Y(s)G(s) = 10Y_r(s)G(s)$$

$$Y(s)(1 + 10G(s)) = 10Y_r(s)G(s)$$

$$Y(s) = \frac{10Y_r(s)G(s)}{1+10G(s)} = \left\{Y_r(s) = \frac{1}{s}\right\} = \frac{\frac{10}{s}G(s)}{1+10G(s)} = \frac{10G(s)}{s(1+10G(s))} =$$

$$\frac{\frac{19}{1+4s}}{s\left(1+\frac{19}{1+4s}\right)} = \frac{19}{s(1+4s+19)} = \frac{19}{s(20+4s)}$$

När $t \to \infty$ för $y(t)$ går $s \to 0$ för $Y(s)$.

$$\lim_{s\to 0} sY(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{19}{s(20+4s)} = \lim_{s\to 0} \frac{19}{20+4s} \xrightarrow[s\to 0]{} \frac{19}{20} = 0,95$$

1

$G(s) = \frac{10e^{-s/2}}{s+1}$, Spec: Inget kvarstående fel då v är stegstörning.
$\omega_c \geq 2 \ \frac{rad}{s}$
$\varphi_m = 45°$

$$\arg\{G(j\omega_c)\} = \arg\left\{\frac{10e^{-2j/2}}{2j+1}\right\} = -1 - \tan^{-1}(2) = -2.12 = -120.7° \approx -120°$$

Genom att införa integralverkan i kretsen kan ev. kvarstående fel elimineras samtidigt som fasmarginalen sänks från processens 60° till den önskade 45°.

$$F(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s}\right) = K_p\left(\frac{1+T_is}{T_is}\right) = K_i\left(\frac{1+T_is}{s}\right)$$ Ok.

$$\arg\{F(j\omega_c)\} = -180° + \varphi_m - \arg\{G(j\omega_c)\} = -180° + 45° + 120° = -15°$$ Ok

$$\arg\left\{K_p \frac{1+T_i2j}{T_i2j}\right\} = \tan^{-1}(2T_i) - \tan^{-1}(\infty) = -15°$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\tan^{-1}(2T_i) - 90° = -15°$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\tan^{-1}(2T_i) = 75°$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\underline{T_i} = \frac{\tan(75°)}{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{2} \approx \underline{1.87}$$

$$|G(j\omega_c)| = \left|\frac{10e^{-j\omega_c/2}}{j\omega_c+1}\right| = \frac{10}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \approx 4.47$$

$$|F(j\omega_c)| = \frac{1}{|G(j\omega_c)|} \Leftrightarrow \left|K_p \frac{1+1.87j2}{1.87j2}\right| = 0,22 \Leftrightarrow \underline{K_p} = \frac{0,22}{\left|\frac{1+1.87\cdot 2j}{1.87\cdot 2j}\right|} = \underline{0,21}$$

$$\underline{F(s) = 0,21\left(1 + \frac{1}{1.87s}\right)}$$

$$G_{vy_s}(s) = \frac{-1}{1+F(s)G(s)} = \frac{-1}{1 + \frac{0,21(1+1.87s)}{1,87s} \cdot \frac{10e^{-s/2}}{s+1}} = -\frac{(s+1)(1.87s)}{(s+1)(1.87s) + 0,21(1+1.87s)\cdot 10e^{-s/2}}$$

$$\lim_{s\to 0} \cancel{s}\frac{1}{\cancel{s}} \cdot G_{vy}(s) = \frac{-(1.87s^2 + 1.87s)}{1.87s^2 + 1.87s + 0.21\cdot 10e^{-s/2} + 0.393s\cdot 10e^{-s/2}} \underset{s\to 0}{=} \frac{0}{0.21} = 0$$

3

Energi som bildas per tidsenhet : $k_1 T^3$
Värmeforlusten per tidsenhet : $k_2(T-T_0)$ $T_0 = 0°C$
Styrdon avger effekten : P $\Rightarrow \frac{1}{1+\tau s} = e^{-1/\tau}$

a) Antag: $k_1 = 0.1$, $k_2 = 5$, värmekapaciteten $C = 100$ [J/°C]

$\frac{dQ}{dt} = C\frac{dT}{dt}$ <=> J/s = J/°C · °C/s

$C\frac{dT}{dt} = k_1 T^3 + P - k_2 T$

Oh.

1

$k_1 T^3 = 100 k_2 T \Rightarrow 0.1T^3 = 500T$

b) $\dot{x}(t) = f(\tau(t), T(t)) = k_1 T^3 = 100k_2 T + e^{-1/\tau} \Rightarrow 0.1T^3 = 500T + e^{-1/\tau}$

c) $P=0$, konst hastighet

$f'(\tau, T) \approx f(\tau, T) + f_1(\tau, T)(\tau - \tau_0) + f_2(\tau, T)(T - T_0)$

Anonymous code / Anonym kod: ERE103-25

Points for question / Poäng på uppgiften: 3

Consecutive page no. / Löpande sid nr: 5

Question no. / Uppgift nr: 5

$$G(s) = \frac{s-6}{s(s+4)}$$

a) $F(s) = K_P$, $L(s) = F(s)G(s)$, $G_c(s) = \frac{F(s)G(s)}{1+F(s)G(s)}$

$$G_c(s) = \frac{\frac{K_p(s-6)}{s(s+4)}}{1+\frac{K_p(s-6)}{s(s+4)}} = \frac{K_p(s-6)}{s(s+4)+K_p(s-6)} = \frac{K_p(s-6)}{s^2+(4+K_p)s-6K_p}$$

KE: $s^2+(4+K_p)s-6K_p=0$

poler: $s = -\frac{4+K_p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4+K_p}{2}\right)^2+6K_p}$

Om $s<0$ => Stabil pol.

$s = -\frac{4+K_P}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4+K_P}{2}\right)^2+6K_P}$, Stabilt om $\frac{4+K_P}{2} > \sqrt{\left(\frac{4+K_P}{2}\right)^2+6K_P}$ <=>

$\left(\frac{4+K_P}{2}\right)^2 > \left(\frac{4+K_P}{2}\right)^2+6K_P$ <=> $6K_P<0$ <=> $K_P<0$

$-4 < K_p < 0$

1

b) $F(s) = \frac{K_i}{s}$ => $G_c(s) = \frac{\frac{K_i(s-6)}{s^2(s+4)}}{1+\frac{K_i(s-6)}{s^2(s+4)}} = \frac{K_i(s-6)}{s^2(s+4)+K_i(s-6)} = \frac{K_i(s-6)}{s(s^2+(4+K_i)s-6K_i)}$

Det finns inget värde på K_i som kan flytta polen i 0.

2

EEE103-25 0 6 6

I diagrammet går att utläsa att: $\omega_c \approx 1,9$
Det finns en integrerande verkan i processen, lågasymptoten = -20 dB/dekad

a) Då det finns integrerande verkan i kretsen är det möjligt att få ett stabilt system mha P-reglering.

$\dot{x}_1(t) = -2x_1(t) + x_2(t)$
$\dot{x}_2(t) = -x_1(t) + 4x_2(t) + 3u(t)$
$y(t) = x_2(t)$
$u(t) = -Lx(t) + K_r r(t)$

a) $$\dot{x}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}}_{A} x(t) - \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}}_{B} \underbrace{[l_1 \ \ l_2]}_{L} x(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}}_{B} K_r r(t)$$

$$A - BL = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3l_1 & 3l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1-3l_1 & 4-3l_2 \end{bmatrix}$$

$3l_2 - 2 > 0$

$$\det(sI - (A-BL)) = \det\left(\begin{bmatrix} s+2 & -1 \\ 1+3l_1 & s-4+3l_2 \end{bmatrix}\right) = (s+2)(s-4+3l_2) + 1 + 3l_1 = s^2 + (3l_2 - 2)s + 6l_2 + 3l_1 - 7 = 0$$

Poler: $-\frac{3l_2-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3l_2-2}{2}\right) - 6l_2 - 3l_1 + 7}$

1) $-\frac{3l_2-2}{2} + \sqrt{\left(\frac{3l_2-2}{2}\right)^2 - 6l_2 - 3l_1 + 7} < 0 \iff \sqrt{\left(\frac{3l_2-2}{2}\right)^2 - 6l_2 - 3l_1 + 7} < \frac{3l_2-2}{2}$

$\left(\frac{3l_2-2}{2}\right)^2 - 6l_2 - 3l_1 + 7 < \left(\frac{3l_2-2}{2}\right)^2 \iff 7 < 6l_2 + 3l_1 \iff l_1 > \frac{7-6l_2}{3}$

Låt $l_1 = \frac{7-6l_2}{3}$ ok.

2) $-\frac{3l_2-2}{2} - \sqrt{\left(\frac{3l_2-2}{2}\right)^2 - 6l_2 - 7 + 6l_2 + 7} < 0 \iff -\frac{3l_2-2}{2} < \sqrt{\left(\frac{3l_2-2}{2}\right)^2} \iff$

$\left(\frac{3l_2-2}{2}\right)^2 < \left(\frac{3l_2-2}{2}\right)^2 \iff 0 < 0 \ldots$ men vi lät $l_1 = \frac{7-6l_2}{3}$, om l_1 istället måste vara strängt större än $\frac{7-6l_2}{3}$ är återkopplingen: $l_1 > \frac{7}{3}, l_2 > 0$

1

motsägelse

b) Dubbelpol i $-2 \Rightarrow (s+2)^2 = s^2 + 4s + 4$,
Matcha med $s^2 + (3l_2 - 2)s + 6l_2 + 3l_1 - 7 \Rightarrow 3l_2 - 2 = 4 \Rightarrow l_2 = 2$
$6l_2 + 3l_1 - 7 = 12 + 3l_1 - 7 = 4 \Rightarrow l_1 = -1/3$

2

c) $\dot{x}(t) = 0$
$\dot{x}_1(t) = -2x_1(t) + x_2(t) = 0$
$\dot{x}_2(t) = (-1 - 3\cdot(-\frac{1}{3}))x_1(t) + (4 - 3\cdot 2)x_2(t) + 3K_r r(t) = -2x_2(t) + 3K_r r(t) = 0$

$y(t) = x_2(t) \Rightarrow -2y(t) + 3K_r r(t) = 0 \iff y(t) = \frac{3}{2} K_r r(t)$

Om $K_r = \frac{2}{3}$ följer $y(t)$ $r(t)$.

2