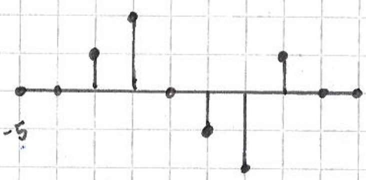
$H(j\omega) = e^{-j2\omega} \Rightarrow x(t) = x(t-2)$ Förskjutning!

Ett diskret LTI-system har impulssvar $h[n] = \delta[n] + 0.5\delta[n-1] + 0.25[n-2]$. Beräkna $y[n]$ givet $x[n]$ som bilden.



Superposition: $y[n] = h[n+3] + 2h[n+2] - h[n] - 2h[n-1] + h[n-2]$

	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$h[n+3]$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$					
$2h[n+2]$		2	1	0.5				
$-h[n]$				-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$		
$-2h[n-1]$					-2	-1	$-\frac{1}{2}$	
$h[n-2]$						1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
$\sum \Rightarrow y[n]$	1	2.5	1.25	-0.5	-2.5	-0.25	0	0.25

$$y[n] = \delta[n+3] + 2.5\delta[n+2] + 1.25\delta[n+1] - 0.5\delta[n] - 2.5\delta[n-1] - 0.25\delta[n-2] + 0.25\delta[n-4]$$

Numerisk DFT.

i	$x_i[n]$	$X[k]$
1	$\{1,0,0,0\}$	$\{1,1,1,1\}$
2	$\{0,1,0,-1\}$	$\{0,-2j,0,-2j\}$
3	$\{0,1,0,1\}$	$\{2,0,-2,0\}$
4	$\{\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{1}{4}\}$	$\{1,0,0,0\}$
5	$\{0,1,0,0\}$	$\{1,-j,-1,j\}$

i) $X[0] = \sum_{0}^{N-1} x[n]$ Blå tipsen

ii) Kolla så att de har lika många termer.

iii) $x[0] = \frac{1}{N}\sum_{0}^{N-1} X[k]$

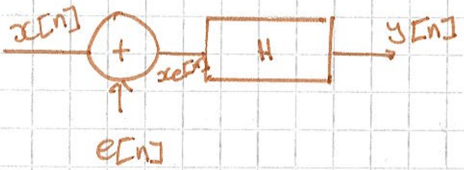
Räcker inte detta får man börja räkna lite.

Fyrkantsvåg med periodtid $T = 2\pi \cdot 10^{-2}$ s har medeleffekt 1.
Om den går genom ett system $H\{j\omega\} = \begin{cases} 1 & |\omega| < 420 \\ 0 & \text{others} \end{cases}$ blir medeleffekten på utsignalen 0.9006.

PBU

$$\frac{1}{s(s+1)^2} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{(s+1)^2} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} - \frac{1}{(s+1)^2}$$

Samplade signaler.
Kolla antalet perioder.
$X[k]$ ger högt värde vid anpassning till komplex sinusformad signal $e^{j\frac{2\pi}{N}n \cdot k}$. Här svarar k mot antalet perioder i intervallet med N värden.
Kom ihåg de blå tipsen ovan, de gäller också!



1. Om $e[n] = 0$ som vanligt.
2. Om $e[n] = -\delta[n+1] \Rightarrow y_e[n] = y[n] - h[n+1]$

Att $e[n] = -\delta[n+1]$ borde innebära att $x[-1]$ sänks med ett. I detta fallet blev $x[-1] = 0$.

Givet

Amplituden på de 4 första sinusformade signalerna får inte minska med mer än 20%. Mao, om utsignalens $FK = C'_k \Rightarrow |C'_k| \geq 0.8|C_k|$.
$R = 70\ \Omega$
$T = 2\pi \cdot 10^{-3}$

Sökt
Lågpassfilter!

$$V_1(t) = V_L(t) + V_2(t) = L\frac{di(t)}{dt} + i(t) \cdot R = \frac{L}{R}\frac{dV_2(t)}{dt} + V_2(t) \xleftrightarrow{F} j\omega\frac{L}{R} \cdot V_2(j\omega) + V_2(j\omega) = V_1(j\omega)$$

$$H(j\omega) = \frac{V_2(j\omega)}{V_1(j\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega\frac{L}{R}} = \left\{\omega_c = \frac{L}{R}\right\} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}.$$

Insignal = fyrkantsvåg $\Rightarrow$ Bara udda FK!!
Högsta frekvensen för de fyra första är $k \cdot \omega_0 = 7\omega_0 \Rightarrow 7 \cdot \frac{2\pi}{T}$

Amplitudkorrigering: $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_c})^2}}$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{7\omega_0}{\omega_c}\right)^2}} \geq 0.8 \Leftrightarrow \frac{1}{1 + \frac{(7\omega_0)^2}{\omega_c^2}} \geq 0.8^2 \Leftrightarrow \frac{1}{0.8^2} \geq 1 + \left(\frac{7\omega_0}{\omega_c}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{0.8^2} - 1 \geq \left(\frac{7\omega_0}{\omega_c}\right)^2 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{0.8^2} - 1} \geq \frac{7\omega_0}{\omega_c} \Leftrightarrow 0.75 \geq \frac{7 \cdot 2\pi \cdot L}{T \cdot R} \Leftrightarrow$$

$$L \leq \frac{T \cdot R}{7 \cdot 2\pi} \cdot 0.75 = \frac{2\pi \cdot 10^{-3} \cdot 70}{7 \cdot 2\pi} \cdot 0.75 \Rightarrow L \leq 7.5 \cdot 10^{-3}\ \text{H}$$

Antag $\omega = 10\pi$ r/s.

$x(t) = \cos(2\pi(0.4)t) + \frac{1}{2}\cos(2\pi(0.45)t)$

Sökt

Hur länge $x(t)$ behöver samplas för att man tydligt ska kunna detektera de två sinusformade komponenterna.

Avstånd mellan ingående frekvenser: $\omega_r = 2\pi(0.45-0.4) = 0.1\pi$ r/s.

Frekvensupplösning hos DFT: $\Delta\omega = \frac{\omega_s}{N}$

Vi kräver att $|k_1 - k_2| \geq 10 \Rightarrow \omega_r \geq 10 \cdot \Delta\omega = \frac{10\omega_s}{N}$

$N \geq \frac{10\omega_s}{\omega_r} = \{\omega_s = 2\omega = 20\pi\} = \frac{10 \cdot 20\pi}{0.1\pi} = 2000$

Tid signalen samplas: $t_{tot} = N \cdot T = \frac{10\omega_s}{\omega_r} \cdot \frac{2\pi}{\omega_s} = \frac{2\pi}{\frac{\omega_r}{10}} = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = 2\pi \cdot 10 \cdot \frac{1}{0.1\pi} = 200\,s$

Ett kontinuerligt system. S. 313 B

$H(j\omega) = \dfrac{j\frac{\omega T}{2\pi}}{(j\frac{\omega T}{2\pi})^2 + j\frac{\omega T}{2\pi} + 1}$ $x(t)$ = triangelvåg, T periodisk, $A = 1$

Sökt
a) ω_0, b) A_k, $k = 1, 3, 5$, c) φ_k

$x(t)$: Medelvärde $= 0$, topp-topp-värde $|h| = 2$ $(2L = T)$ $T = \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$

$x(t) = -\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}\cos\left(\frac{(2n-1)2\pi}{2L} \cdot t\right) = -\frac{8}{\pi^2}\sum_{k=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{k^2} \cdot \cos(k \cdot \omega_0 L)$; $A'_k = \frac{1}{k_2}$

$H(j\omega)\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{j}{-1+j+1} = 1$ $|H(j\omega_0)| = 1$, $\arg\{H(j\omega_0)\} = 0$

$H(j\omega)\Big|_{\omega=3\omega_0} = \frac{3j}{-9+3j+1} = \frac{j3}{-8+3j}$ $|H(j3\omega_0)| = \frac{3}{\sqrt{73}} = \frac{3}{\sqrt{73}}$, $\arg\{(H(j3\omega_0)\} = -69.4°$

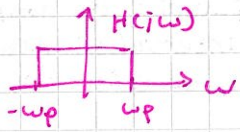
$H(j\omega)\Big|_{\omega=5\omega_0} = \frac{5j}{-25+5j+1} = \frac{5j}{-24+5j}$ $|H(j5\omega_0)| = \frac{5}{\sqrt{601}}$, $\arg\{H(j5\omega_0)\} = -78.2°$

$A_k = -\frac{8}{\pi^2} \cdot A'_k \cdot |H(jk\omega_0)|$ $\varphi_k = \arg\{H(jk\omega_0)\}$

Medeleffekt

$T = 2\pi$

$h(t) = \frac{1}{\pi t}\sin(\omega_p t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} H(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \omega_p \\ 0 & \text{others} \end{cases}$



Fyrkanssignal: $C_k = -j\frac{2}{\pi k}$

En reell sinusformad signal ger två distinkta toppar i DFT, om de har ett jämt antal ~~topper~~ perioder i intervallet. $k = \omega T_s \cdot N \cdot \frac{1}{2\pi}$ ger k och $(N-k)$.

RECT

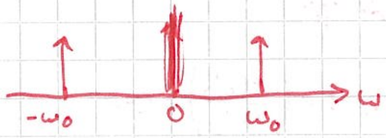
$w(t) = \begin{cases} 1 & -T/2 < t < T/2 \\ 0 & \text{other} \end{cases} = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} T \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega T}{2}\right) = \frac{2}{\omega}\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) = W(j\omega)$

$x(t) = \cos(\omega_0 t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] = X(j\omega)$

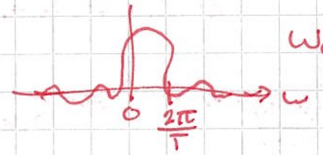
$w(t) \cdot x(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{2\pi} W(j\omega) * X(j\omega) = \frac{\pi}{2\pi}[W(j(\omega - \omega_0)) + W(j(\omega + \omega_0))] =$

$\frac{\pi}{2}\left[\text{sinc}\left(\frac{(\omega - \omega_0)T}{2}\right) + \text{sinc}\left(\frac{(\omega + \omega_0)T}{2}\right)\right]$

$X(j\omega)$



$W(j\omega)$



$\omega_0 \gg \frac{2\pi}{T}$

$\mathcal{F}\{w(t)x(t)\}$